

Turinys

Kaip mokytis su vadovėliu	4
---------------------------------	---

Reiškinio tyrinėjimas. CHAOSO GALIA	6
---	---

I ciklas Kvadratinės lygtys	10
Prisimename	12
Tiesinės lygtys ir jų sprendiniai	14
Sudėtingesnės tiesinės lygtys	16
Ciklo temos	
1. Kvadratinės lygties sąvoka	18
2. Nepilnosios kvadratinės lygtys	20
3. Pilnosios kvadratinės lygtys	22
4. Kvadratinio trinario skaidymas daugikliais	24
5. Tekstiniai uždaviniai	26
Stabtelėjame ir pasitikriname	28
Apibendrinimas	30
Žvilgsnis atgal	32
Čempionų lyga	34

II ciklas Lygčių sistemos	40
Prisimename	42
Tiesinių lygčių sistemos sprendinio sąvoka	44
Tiesinių lygčių sistemos sprendimas keitimo būdu	46
Tiesinių lygčių sistemos sprendimas sudėties būdu	48
Tekstiniai uždaviniai su tiesinėmis lygčių sistemomis	50
Ciklo temos	
1. Lygčių sistemos, kai tik viena lygtis tiesinė ...	52
2. Tekstiniai uždaviniai, sprendžiami sudarant lygčių sistemas	54
Stabtelėjame ir pasitikriname	56
Apibendrinimas	58
Žvilgsnis atgal	60
Čempionų lyga	62

III ciklas Trupmeniniai reiškiniai	64
Prisimename	66
Reiškinų pertvarkymas	68
Reiškinų skaidymas daugikliais	70
Reiškinio reikšmės apskaičiavimas	72
Įrodymų uždaviniai	74
Reiškinų sudarymas	75
Ciklo temos	
1. Trupmeninis reiškinys ir jo apibrėžimo sritis	78
2. Trupmeninių reiškinų prastinimas	80
3. Trupmeninių reiškinų sudėtis ir atimtis	82
4. Trupmeninių reiškinų daugyba, dalyba ir kėlimas laipsniu	84
5. Sudėtingesnių reiškinų prastinimas	86
6. Trupmeninių reiškinų sudarymas	88
Stabtelėjame ir pasitikriname	90
Apibendrinimas	92
Žvilgsnis atgal	96
Čempionų lyga	98

IV ciklas Įvadas į trigonometriją	100
Prisimename	102
Statusis trikampis, kurio vienas kampas 30° arba 45°	104
Panašieji trikampiai	106
Ciklo temos	
1. Stačiojo trikampio smailiojo kampo sinusas, kosinusas ir tangentas	108
2. Tikslios 30°, 45°, 60° kampų trigonometrinės reikšmės	110
3. Stačiųjų trikampių kraštinių ir kampų radimas	112
4. Platesnis trigonometrinių sąryšių taikymas	114
5. Trigonometrinių sąryšių taikymas realaus turinio uždaviniuose	116
6. Trigonometrinės lygybės ir jų taikymas	118
Stabtelėjame ir pasitikriname	120
Apibendrinimas	122
Žvilgsnis atgal	124
Čempionų lyga	126

V ciklas Apskritimo geometrija	128
Prisimename	130
Apskritimas. Skritulys	132
Apskritimo ilgis. Skritulio plotas	134
Ciklo temos	
1. Centrinis ir įbrėžtinis kampai	136
2. Apskritimo liestinė ir kirstinė	138
3. Skritulio išpjova ir nuopjova	140
4. Sudėtingesnių figūrų perimetrai ir plotai	142
5. Įrodymo uždaviniai	144
6. Apskritimai ir laikrodžiai	146
Stabtelėjame ir pasitikriname	148
Apibendrinimas	150
Žvilgsnis atgal	152
Čempionų lyga	154

Atsakymai

II CIKLAS LYGČIŲ SYSTEMOS

Šiame cikle

1. Lygčių sistemos, kurių tik viena lygtis tiesinė
2. Tekstiniai uždaviniai, sprendžiami sudarant lygčių sistemas

Ką veiksimė

Sužinosimė, kiek sprendinių gali turėti lygčių sistema, kurios viena lygtis yra tiesinė, o kita kvadratinė.

Išmoksime spręsti lygčių sistemą, kurios viena lygtis yra tiesinė, o kita kvadratinė.

Mokysimės aprašyti įvairias su gyvenimu susijusias situacijas lygčių sistemomis.

Aiškinsimės, kaip pasirinkti optimalų sprendimo būdą.

Raktiniai žodžiai

kvadratinė lygtis

tiesinė lygtis

keitimo būdas

lygčių sistema

lygčių sistemos sprendinys



moks.link/bchm

Lygčių sistemos – įrankis realioms problemoms spręsti

Kodėl žaisti tenisą – sveika ir kūnui, ir protui?

Tenisas – dinaminis sportas, reikalaujantis daug fizinių jėgų, ištvermės, vikrumo, geros koordinacijos ir sumanumo. Žaidimas lavina mąstymą, gerina atmintį ir, žinoma, nuotaiką.

Žinodama apie lauko teniso naudą mokyklos bendruomenė nusprendė šalia mokyklos įrengti lauko teniso aikštelę.

Aikštei numatytas stačiakampio formos 480 m² žemės sklypas. Standartiniai teniso aikštelės žaidimo ploto matmenys yra 24 m × 11 m, tačiau būtini ne mažesni kaip 1,5 metro užribiai. Suprojektavus aikštelę paaiškėjo, kad galų užribiai bus lygiai du kartus platesni nei šonų užribiai.

Kokio pločio bus šie užribiai?

Atsakyti į kilusį klausimą padės matematika!

Pažymime šono užribio plotį x (m), o galo užribio plotį – y (m).

Žinodami, kad galų užribiai bus du kartus platesni nei šonų, sudarome lygtį:

$$y = 2x.$$

Pasinaudoję stačiakampio ploto formule išreiškiame sklypo plotą antrąja lygtimi:

$$(11 + 2x) \cdot (24 + 2y) = 480.$$

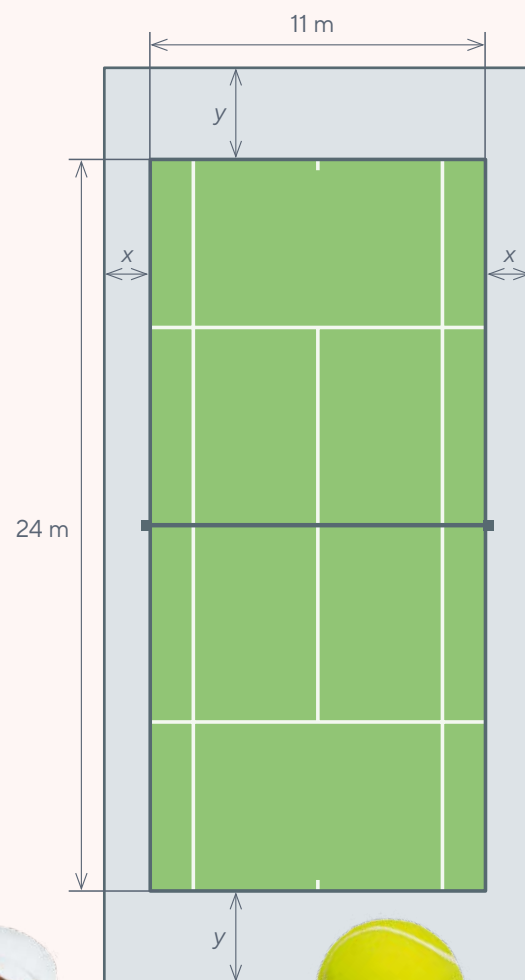
Gauname dviejų lygčių sistemą:

$$\begin{cases} y = 2x, \\ (11 + 2x) \cdot (24 + 2y) = 480. \end{cases}$$

Matome, kad antroji sistemos lygtis yra netiesinė.



Šiame cikle mokysimės spręsti tokio tipo lygčių sistemas.



Prisimename

Tiesinių lygčių sistemos sprendinio sąvoka

Lygčių sistemos sprendiniu vadiname nežinomųjų reikšmių porą $(x; y)$, kurią įrašę į **kiekvieną** lygčių sistemos lygtį, gauname teisingas skaitines lygybes.

Pavyzdys

Išsiaiškinkime, ar skaičių pora $(-2; 4)$ yra lygčių sistemos $\begin{cases} 2x - y = -8, \\ -x + 5y = 12 \end{cases}$ sprendinys.

Sprendimas

Kai $x = -2, y = 4$, tai $\begin{cases} 2 \cdot (-2) - 4 = -8, \\ -(-2) + 5 \cdot 4 = 22 \neq 12. \end{cases}$

Kadangi antroji skaitinė lygybė yra klaidinga, ši skaičių pora nėra duotosios lygčių sistemos sprendinys.

1 Išsiaiškinkite, ar skaičių pora $(4; 2)$ yra lygčių sistemos $\begin{cases} 3x - y = 10, \\ 2x + y = 10 \end{cases}$ sprendinys.

2 Kurios iš skaičių porų $(-1; 4), (2,5; -2), (5; 1)$ yra lygčių sistemos sprendiniai:

a) $\begin{cases} 2x + 4y = 14, \\ 3x - y = 14; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + 5y = 0, \\ 2x = y + 7; \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x + 2y = 9, \\ y - 4x = 8; \end{cases}$ d) $\begin{cases} -2y - 3x = 1, \\ y = 2x - 7. \end{cases}$

3 Su kuria a reikšme lygčių sistemos $\begin{cases} 2x + y = a, \\ 4x - ay = 14 \end{cases}$ sprendinys yra skaičių pora $(0,5; -4)$?

Tiesinių lygčių sistemos sprendimas keitimo būdu

Išspręsti lygčių sistemą – tai rasti visus jos sprendinius arba įrodyti, kad lygčių sistema sprendinių neturi.

Spręsdami lygčių sistemą **keitimo būdu** atliekame šiuos žingsnius:

- vienos lygties kurį nors nežinomąjį išreiškiame kitu;
- įrašome nežinomojo išraišką į kitą lygtį;
- išsprendžiame gautą lygtį su vienu nežinomuoju;
- apskaičiuojame antro nežinomojo reikšmę.

4 Iš lygties išreikškite nežinomuosius x ir y :

a) $x + 2y = 10;$ b) $3x + y = 5;$
c) $2x - y = 3;$ d) $2x - 3y = 12.$

Kurį nežinomąjį išreikšti paprasčiau? Kodėl?

Pavyzdys

Išspręskime lygčių sistemą $\begin{cases} 3x - y = 7, \\ 5x + 5y = -1 \end{cases}$ keitimo būdu.

Sprendimas

$$\begin{cases} -y = 7 - 3x \mid \cdot (-1), \\ 2x + 5y = -1, \\ y = -7 + 3x, \\ 2x + 5 \cdot (-7 + 3x) = -1, \\ 2x - 35 + 15x = -1, \\ 17x = 34, \\ x = 2. \end{cases}$$

Kai $x = 2$, tai $y = -7 + 3 \cdot 2 = -1$.

Atsakymas. (2; -1).

Tiesinių lygčių sistemos sprendimas sudėties būdu

Spręsdami lygčių sistemą **sudėties būdu** atliekame šiuos žingsnius:

- pasirenkame nežinomąjį, kurį pašalinsime;
- jei reikia, vieną sistemos lygtį (kartais abi lygtis) dauginame iš tokio skaičiaus, kad koeficientai prie vieno iš nežinomųjų abiejose lygtyse būtų vienas kitam priešingi skaičiai;
- sudedame abi sistemos lygtis;
- išsprendžiame gautą lygtį su vienu nežinomuoju;
- apskaičiuojame antro nežinomojo reikšmę įrašydami gautą nežinomojo reikšmę į bet kurią pradinę lygčių sistemos lygtį.

Pavyzdys

Išspręskime lygčių sistemą $\begin{cases} 4x - 2y = 6, \\ 5x + y = 11. \end{cases}$

Sprendimas

$$\begin{cases} 4x - 2y = 6, \\ 5x + y = 11 \mid \cdot 2, \\ 4x - 2y = 6, \\ + \quad 10x + 2y = 22, \\ \hline 4x + 10x - 2y + 2y = 6 + 22, \\ 14x = 28, \\ x = 2. \end{cases}$$

Kai $x = 2$, tai $4 \cdot 2 - 2y = 6$, $-2y = -2$, $y = 1$.

Atsakymas. (2; 1).

5

Išspręskite lygčių sistemą **keitimo būdu**:

- | | |
|---|--|
| a) $\begin{cases} y = 2x - 5, \\ 2x + y = 3; \end{cases}$ | b) $\begin{cases} 10x + y = 12, \\ y = x + 1; \end{cases}$ |
| c) $\begin{cases} 2x + y = 8, \\ 2x + 3y = 4; \end{cases}$ | d) $\begin{cases} -x + y = 5, \\ x + y = 1; \end{cases}$ |
| e) $\begin{cases} 2x + 5y = 11, \\ 2x - y = -7; \end{cases}$ | f) $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ 7x + 2y = 19; \end{cases}$ |
| g) $\begin{cases} 3x + 5y = 5, \\ 2x - 6y = 8; \end{cases}$ | h) $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 4x - 5y = -1; \end{cases}$ |
| i) $\begin{cases} 2(x - 4) - 1 = 3y - 3, \\ 3(x - y) - 2y = 3x - 10; \end{cases}$ | j) $\begin{cases} y = \frac{3x + 8}{7}, \\ 2x = 3y - 5. \end{cases}$ |

6

Išspręskite lygčių sistemas **sudėties būdu**:

- | |
|---|
| a) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 3x - y = 8; \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} -x + 3y = 5, \\ x - y = -1; \end{cases}$ |
| c) $\begin{cases} 2x + 3y = -2, \\ 2x - 5y = 14; \end{cases}$ |
| d) $\begin{cases} 6x - 2y = 12, \\ 3x + y = 0; \end{cases}$ |
| e) $\begin{cases} 4x + 3y = -4, \\ -2x - 5y = 9; \end{cases}$ |
| f) $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ -3x + 4y = 18; \end{cases}$ |
| g) $\begin{cases} 3x + 5y = 2, \\ 2x + 7y = 5; \end{cases}$ |
| h) $\begin{cases} -0,5x + 2y = 11, \\ 2x + 8y = 52; \end{cases}$ |
| i) $\begin{cases} 2(x - y) = 5x, \\ 3x - (y - 2) = 2x - 3; \end{cases}$ |
| j) $\begin{cases} x = \frac{2 - 2y}{2}, \\ 2y = 2 + 2x. \end{cases}$ |

Tekstiniai uždaviniai su tiesinėmis lygčių sistemomis

Pavyzdys

Trys pieštukai kainuoja 0,3 Eur daugiau negu du rašikliai. Už penkis tokius pieštukus ir keturis rašiklius sumokėta 3,8 Eur. Kiek kainuoja vienas pieštukas?

Sprendimas

- Pažymėkime nežinomus dydžius:
 x – pieštuko kaina (Eur),
 y – rašiklio kaina (Eur).
- Atsižvelgdami į tai, kad trys pieštukai 0,3 Eur brangesni už du rašiklius, sudarome pirmą lygtį:
 $3x = 0,3 + 2y$.
- Remdamiesi sakiniu „Už penkis tokius pieštukus ir keturis rašiklius sumokėta 3,8 Eur“, sudarome antrą lygtį:
 $5x + 2y = 3,8$.
- Gavome lygčių sistemą:
 $\begin{cases} 3x = 0,3 + 2y, \\ 5x + 4y = 3,8. \end{cases}$
- Išsprendžiame šią sistemą keitimo ar sudėties būdu.**
Jos sprendiniai:
 $\begin{cases} x = 0,4, \\ y = 0,45. \end{cases}$
Vadinasi, **pieštuko kaina 0,4 Eur.**

Atsakymas. 0,4 Eur.

7

Išspręskite uždavinius, sudarydami lygčių sistemas:

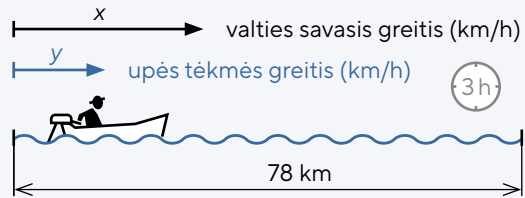
- Dviejų skaičių suma lygi 15. Raskite šiuos skaičius, jei vienas jų 3 vienetais didesnis už kitą.
- Dviejų skaičių skirtumas lygus 5. Raskite šiuos skaičius, jei vienas jų 2 kartus mažesnis už kitą.
- Dviejų skaičių suma lygi 18. Jei pirmąjį skaičių padidintume 50 %, o antrąjį sumažintume 50 %, tai gautų skaičių suma būtų lygi 17. Raskite šiuos skaičius.
- Už 4 pieštukus ir 6 sąsiuvinius sumokėta 4,2 Eur. Už 2 tokius pačius pieštukus ir 4 sąsiuvinius sumokėta 2,6 Eur. Kiek kainuoja sąsiuvinis ir kiek – pieštukas?
- Jei Tomas su draugu pirkty 2 bandeles su varške ir 3 bandeles su džemu, tai sumokėtų 3,1 Eur, o jei pirkty 3 bandeles su varške ir vieną su džemu, tai sumokėtų 2,9 Eur. Kiek kainuoja viena bandelė su varške ir kiek – viena bandelė su džemu?
- Keturi vienodi sausainių pakeliai kainuoja tiek pat kiek trys šokolado plytelės. Penki tokie pat sausainių pakeliai yra 0,2 Eur pigesni nei keturios šokolado plytelės. Kiek kainuoja šokolado plytelė?
- Žygio dalyviams buvo atvežta 11 kg mišinio „Sveikuolis“, kuriame buvo sumaišyta riešutų po 6,5 Eur už kilogramą ir džiovintų vynuogių po 5,2 Eur už kilogramą. Vienas kilogramas šio mišinio kainuoja 6,5 Eur. Kiek kilogramų riešutų ir džiovintų vynuogių yra šiame mišinyje?

Pavyzdys

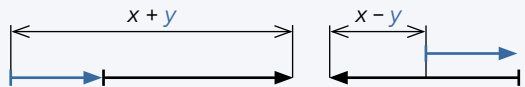
Motorinė valtis pasroviui per 3 valandas nu-
plaukia 78 km. Jos greitis plaukiant prieš srovę
20 km/h. Apskaičiuokite motorinės valtės
savąjį greitį.

Sprendimas

- Pažymėkime nežinomus dydžius:
 x – valtės savasis greitis (km/h),
 y – upės tėkmės greitis (km/h).



- Tada
 $x + y$ – valtės greitis pasroviui (km/h),
 $x - y$ – valtės greitis prieš srovę (km/h).



- Valtis pasroviui per 3 valandas nuplaukia
78 km, todėl:
 $3(x + y) = 78$.
- Atsižvelgdami į tai, kad jos greitis prieš sro-
vę 20 km/h, sudarome antrąją lygtį:
 $x - y = 20$.

- Gavome lygčių sistemą:

$$\begin{cases} 3(x + y) = 78, \\ x - y = 20. \end{cases}$$

- Išsprendžiame šią sistemą keitimo
ar sudėties būdu.

Jos sprendiniai:

$$\begin{cases} x = 23, \\ y = 3. \end{cases}$$

Vadinasi, valtės savasis greitis 23 km/h.

Atsakymas. 23 km/h.

8

Išspręskite uždavinius, sudarydami lygčių
sistemas:

- Motorinės valtės greitis jai plaukiant pas-
roviui yra 28 km/h, o plaukiant prieš srovę –
22 km/h. Apskaičiuokite upės tėkmės greitį
ir motorinės valtės savąjį greitį.
- Katerio greitis plaukiant upe pasroviui yra
9 km/h, o prieš srovę – 3 km/h. Koks būtų
šio katerio greitis ežere?
- Valtis 48 km atstumą pasroviui nuplaukia
per 4 valandas, o prieš srovę – per 6 val.
Apskaičiuokite valtės savąjį greitį ir upės
tėkmės greitį.
- Lėktuvas 2400 km pavėjui nuskrido per
5 valandas, o prieš vėją tą patį atstumą –
per 6 valandas. Koks lėktuvo savasis greitis
ir koks vėjo greitis? (Tarkime, kad skrydžio
metu vėjo kryptis nesikeitė.)
- Rasa 2 valandas ėjo miško keliuku ir 1 valan-
dą plentų. Iš viso ji nuėjo 17 km. Koku grei-
čiu Rasa ėjo miško keliuku ir koku greičiu –
plentu, jeigu jos greitis plentu buvo 2 km/h
didesnis už greitį miško keliuku?
- Jonas, 4 valandas važiuodamas dviračiu
ir 2 valandas autobusu, nukeliavo 192 km.
Koku greičiu jis važiavo dviračiu, jei žinoma,
kad autobuso greitis buvo 42 km/h didesnis
negu Jono greitis važiuojant dviračiu?



Lygčių sistemos, kurių tik viena lygtis tiesinė



Kaip išspręsti lygčių sistemas, kurių viena lygtis yra tiesinė, o kita – kvadratinė?

$$\begin{cases} 3x - y = 1, \\ x^2 + 2y = 5. \end{cases}$$

Kadangi pirmoje lygtyje nežinomieji x ir y
yra pirmojo laipsnio, tai lygtis yra **tiesinė**.

Antroje lygtyje nežinomas x pakeltas
kvadratu, todėl lygtis yra **kvadratinė**.

Prisiminėme (žr. p. 8), kaip spręsti lygčių sistemas, kurių abi lygtys yra tiesinės.
Šiame skyrelyje spręsimė lygčių sistemas, kurių tik viena lygtis yra tiesinė,
o kita – kvadratinė. Tokias lygčių sistemas patogu spręsti **keitimo būdu**.

Lygčių sistemų sprendimas keitimo būdu

Išspręskime lygčių sistemą.

1 pavyzdys

$$\begin{cases} x - y = 2, \\ xy + 5 = 13, \end{cases}$$

Sprendimas

$$\begin{cases} x = 2 + y, \\ xy + 5 = 13, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 + y, \\ (2 + y)y + 5 = 13, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y^2 + 2y - 8 &= 0, \\ D &= 36, \\ y_1 &= -4, y_2 = 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kai } y &= -4, \text{ tai } x = 2 + (-4) = -2. \\ \text{Kai } y &= 2, \text{ tai } x = 2 + 2 = 4. \end{aligned}$$

Atsakymas. $(-2; -4), (4; 2)$.

Spręsdami lygčių sistemą keitimo būdu atliekame tokius veiksmus:

1) Iš vienos lygties (dažniausiai tiesinės) vieną nežinomąjį išreiškia-
me kitu nežinomuoju. Patogu išreikšti tą nežinomąjį, prie kurio
koeficientas lygus 1 arba -1.

2) Gautą išraišką įrašome į kitą lygtį.

3) Sprendžiame gautą lygtį.

4) Apskaičiuotas nežinomojo reikšmės įrašome į pradžioje gautą to
nežinomojo išraišką ir apskaičiuojame kito nežinomojo reikšmės.

5) Parašome atsakymą – gautas skaičių poras arba skaičių porą.

Išspręskime dar dvi lygčių sistemas.

2 pavyzdys

$$\begin{cases} 2x - y = 3, \\ x^2 + y^2 + 3x = 5. \end{cases}$$

Sprendimas

$$\begin{cases} -y = 3 - 2x \mid \cdot (-1), & \begin{cases} y = -3 + 2x, \\ x^2 + (-3 + 2x)^2 + 3x = 5, \end{cases} \end{cases}$$

$$x^2 + 9 - 12x + 4x^2 + 3x = 5,$$

$$5x^2 - 9x + 4 = 0,$$

$$D = 1,$$

$$x_1 = 0,8, x_2 = 1.$$

$$\text{Kai } x = 0,8, \text{ tai } y = -3 + 2 \cdot 0,8 = -1,4.$$

$$\text{Kai } x = 1, \text{ tai } y = -3 + 2 \cdot 1 = -1.$$

Atsakymas. (0,8; -1,4), (1; -1).

3 pavyzdys

$$\begin{cases} 2xy - x^2 = 3, \\ 3x + 2y = 6. \end{cases}$$

Sprendimas

$$\begin{cases} 2xy - x^2 = 3, & \begin{cases} 2xy - x^2 = 3, \\ 2y = 6 - 3x \mid : 2, \end{cases} \\ 2y = 6 - 3x \mid : 2, & \begin{cases} y = 3 - 1,5x, \\ 2x(3 - 1,5x) - x^2 = 3, \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x(3 - 1,5x) - x^2 = 3, \\ y = 3 - 1,5x, \end{cases}$$

$$6x - 3x^2 - x^2 = 3, \quad -4x^2 + 6x - 3 = 0,$$

$$D = -12.$$

Kvadratinė lygtis sprendinių neturi, nes $D < 0$, todėl ir lygčių sistema sprendinių neturi.

Atsakymas. Sprendinių nėra.



Išspręskite lygčių sistemas:

$$\text{a)} \begin{cases} x = -3 + y, \\ xy = 4; \end{cases} \quad \text{b)} \begin{cases} 2x - y = 5, \\ 2x^2 + y^2 = 9; \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} 4x + 2y = 0, \\ 3x^2 - 2y = -1; \end{cases} \quad \text{d)} \begin{cases} 4xy - y^2 = 1, \\ 2x + 3y = 4. \end{cases}$$

Svarbu!

Lygčių sistemos, kurių viena lygtis yra tiesinė, o kita kvadratinė, dažniausiai sprendžiamos keitimo būdu.

Daroma taip:

- iš tiesinės lygties vienas nežinomasis išreiškiamas kitu;
- gauta išraiška įrašoma į kitą lygtį;
- išsprendžiama gauta lygtis;
- apskaičiuojamos atitinkamos kito nežinomojo reikšmės.

SPRENDŽIAME UŽDAVINIUS

1 Patikrinkite, ar skaičių pora (-2; 5) yra lygčių sistemos $\begin{cases} 2x + 3y = 11, \\ xy + y^2 = 15 \end{cases}$ sprendinys?

2 Duota lygčių sistema: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ 3x - y = 9. \end{cases}$ Ar jos sprendinys yra skaičių pora: a) (2; -3); b) (-2; 3); c) (3,4; 1,2)?

3 Išspręskite lygčių sistemas:

$$\text{a)} \begin{cases} x = 2 - y, \\ 3x - y^2 = 6; \end{cases} \quad \text{b)} \begin{cases} x + y = 8, \\ xy = -20; \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} xy = 12, \\ x - y = 4; \end{cases} \quad \text{d)} \begin{cases} x = 4 + 3y, \\ xy - 2y = 1; \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} x - y = 3, \\ x^2 - y^2 = 27; \end{cases} \quad \text{f)} \begin{cases} x + y = 6, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases}$$

$$\text{g)} \begin{cases} x^2 - 3y = 10, \\ 2x + y = 2; \end{cases} \quad \text{h)} \begin{cases} 2x + 4y = 10, \\ xy = -3. \end{cases}$$

4 Raskite lygčių sistemų sprendinius:

$$\text{a)} \begin{cases} 2xy - y = 7, \\ x - 5y = 2; \end{cases} \quad \text{b)} \begin{cases} y - x = 2, \\ 2x^2 - y^2 = -4; \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} x^2 = 5 + y^2, \\ 2x - y = 4; \end{cases} \quad \text{d)} \begin{cases} 2y + 8x = 0, \\ xy - y^2 = -5; \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 52, \\ y - x = 14; \end{cases} \quad \text{f)} \begin{cases} 2x^2 - y = 9, \\ 2x + y = 3; \end{cases}$$

$$\text{g)} \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 184, \\ y - x = 6; \end{cases} \quad \text{h)} \begin{cases} 2x + 3y = 2, \\ x^2 = 20 - y^2; \end{cases}$$

$$\text{i)} \begin{cases} 3x = 1 - 2y, \\ x^2 - y(x - 6) = -3; \end{cases} \quad \text{j)} \begin{cases} 2x + 4y = 3x - 2y, \\ x^2 - y^2 = 35; \end{cases}$$

$$\text{k)} \begin{cases} x^2 - y^2 = 6, \\ x - y = 6(x + y); \end{cases} \quad \text{l)} \begin{cases} (x - 2)(y + 4) = -1, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

Patarimas

Jei lygčių sistemoje yra lygtis (lygtys), kuriose yra suskliaustas reiškiny, tai pirmiausia atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius.

Patarimas

Jeigu lygčių sistemos lygtyje yra trupmenų, kurių vardikliai – skaičiai, tai tokią lygtį dauginame iš šių skaičių mažiausiojo bendrojo kartotinio:

$$\begin{cases} xy - x^2 = 8, \\ \frac{x+y}{2} - \frac{y}{6} = 5 \mid \cdot 6, \end{cases} \quad \begin{cases} xy - x^2 = 8, \\ 3(x+y) - y = 30, \end{cases}$$
$$\begin{cases} xy - x^2 = 8, \\ 3x + 3y - y = 30, \end{cases} \quad \begin{cases} xy - x^2 = 8, \\ 2y = 30 - 2x \mid : 2, \end{cases}$$

...

5 Išspręskite lygčių sistemas:

$$\text{a)} \begin{cases} xy - 2y = 0, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 3; \end{cases} \quad \text{b)} \begin{cases} xy + 2x = -12, \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{3} = 3; \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1, \\ x^2 - 4y = 60; \end{cases} \quad \text{d)} \begin{cases} \frac{x-y}{3} - \frac{x}{2} = 0, \\ xy + x^2 = 18; \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} \frac{x+5}{3} - \frac{y-2}{4} = 2, \\ x^2 + y^2 = 37; \end{cases} \quad \text{f)} \begin{cases} \frac{x-2}{10} - \frac{y+2}{3} = 0, \\ 2x^2 - y^2 = 127; \end{cases}$$

$$\text{g)} \begin{cases} \frac{x-5}{5} - \frac{y-2}{2} = -1, \\ \frac{xy}{3} - \frac{y}{6} = 19; \end{cases} \quad \text{h)} \begin{cases} \frac{x^2}{2} - \frac{y-2}{3} = 2, \\ \frac{x+y}{4} - \frac{y+4}{2} = -2; \end{cases}$$

$$\text{i)} \begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{2y-1}{3} = 3, \\ (x+y)^2 = 5(x-y)+4. \end{cases}$$

Argumentuokime

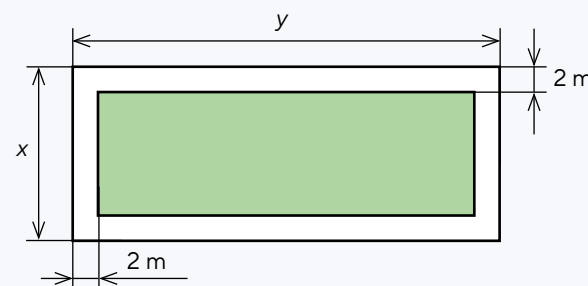
Duota lygčių sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 1, \\ x^2 + y^2 = 2. \end{cases}$

- 1) iš pirmosios lygties išreiškę nežinomąjį x , išspręskite šią lygčių sistemą;
- 2) iš pirmosios lygties išreiškę nežinomąjį y , išspręskite šią lygčių sistemą;
- 3) Kuriuo būdu spręsti buvo patogiau ir paprasčiau? Savo pasirinkimą argumentuokite.

Stabtelejame ir pasitikriname

- 1 Kuri iš skaičių porų yra lygčių sistemos $\begin{cases} x - y = 3, \\ xy = 18 \end{cases}$ sprendinys?
- A (6; 3) B (-3; -6) C (6; 3), (-3; -6) D (4; 1)
- 2 Kuri iš skaičių porų yra lygčių sistemos $\begin{cases} y + 3 = 3x, \\ x^2 + 4x = y + 1 \end{cases}$ sprendinys?
- A (-1; 2) B (2; 3) C (-1; 3), (2; -6) D (-1; -6), (2; 3)
- 3 Lygčių sistemos $\begin{cases} x^2 + 4x - y = 4, \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ sprendinys yra skaičių pora (x; y). Apskaičiuokite x + y.
- A -6 B -7 C -8 D -9
- 4 Ar skaičių pora (-1; -2) yra lygčių sistemos $\begin{cases} x + 3 = 2y, \\ 4x^2 - 2x = 5y^2 - 63y + 108 \end{cases}$ sprendinys?
- A Taip, nes su šiomis x ir y reikšmėmis viena lygybė yra teisinga.
B Ne, nes su šiomis x ir y reikšmėmis abi lygybės yra klaidingos.
C Taip, nes su šiomis x ir y reikšmėmis abi lygybės yra teisingos.
D Ne, nes su šiomis x ir y reikšmėmis tik viena lygybė yra teisinga.

- 5 Priė Tado namo yra staėiakampio formos pievelė, kurios ilgis 3 kartus didesnis už plotį. Tadas nusprendė aplink pievelę nutiesti 2 m ploėio takelį. Takelio plotas 36 m^2 . Pažymėkime pievelės plotį x , o ilgį – y . Kuri lygėių sistema padėtų apskaiėiuoti pievelės matmenis?



- $$\begin{aligned} \text{A } & \begin{cases} (x+2) \cdot (y+2) - xy = 36, \\ y = 3x \end{cases} \\ \text{C } & \begin{cases} (x-2) \cdot (y-2) - xy = 36, \\ y = 2x \end{cases} \end{aligned}$$

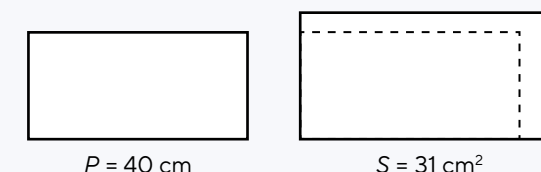
- $$\begin{aligned} \text{B} \quad & \begin{cases} (x+3) \cdot (y+3) - xy = 36, \\ y = 2x \end{cases} \\ \text{D} \quad & \begin{cases} (x-3) \cdot (y-3) - xy = 36, \\ y = 2x \end{cases} \end{aligned}$$

- 6 Išspręskite lygčių sistemą:

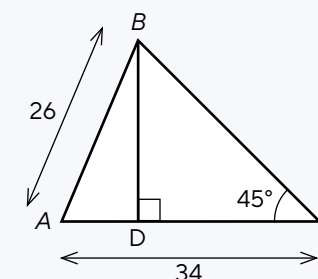
- a) $\begin{cases} y = x + 3, \\ xy = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 2x^2 - y = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = x + 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1, \\ 2(x-y) = 3(x-y) + 3 \end{cases}$

- 7** Dviejų skaičių suma lygi 16. Šių skaičių kvadratų suma yra 67 vienetais didesnė už tų skaičių sandaugą. Raskite abu skaičius.
- 8** Dviženklį skaičiaus skaitmenų kvadratų suma lygi 45. Jei šio skaičiaus skaitmenis sukeistume vietomis, gautume skaičių, 27 vienetais didesnį už pradinį. Raskite tą dviženklį skaičių.

- 9 Stačiakampio perimetras lygus 40 cm. Jei trumpesniąją stačiakampio kraštinę pailgintume 1 cm, o ilgesniąją – 2 cm, stačiakampio plotas būtų lygus 31 cm^2 . Apskaičiuokite pradinio stačiakampio matmenis.



- 10 BD – trikampio ABC aukštinė, $\angle BCD = 45^\circ$, $AC = 34$,
 $AB = 26$. Apskaičiuokite trikampio ABC plotą.



Jei neteisingai išsprendėte	Rekomenduojame
1; 2; 4	Pakartokite, kas vadinama lygčių sistemos sprendiniu (skyrelis „Prisimename“).
3; 6a; 6b	Panagrinėkite ciklo temos „Lygčių sistemos, kai viena lygtis tiesinė, o kita kvadratinė“ 1-ąjį pavyzdį.
6c; 6d	Paanalizuokite ciklo temos „Lygčių sistemos, kai viena lygtis tiesinė, o kita kvadratinė“ 2 ir 3 pavyzdžius.
5; 9	Panagrinėkite ciklo temas „Tekstiniai uždaviniai, sprendžiami sudarant lygčių sistemas“ 2 pavyzdį.
7	Išnagrinėkite ciklo temas „Tekstiniai uždaviniai, sprendžiami sudarant lygčių sistemas“ 1-ąjį pavyzdį ir išspręskite šį uždavinį dar kartą.
8	Atidžiai panagrinėkite cikle pateiktą informaciją apie dviženklį skaičiaus išraišką, temos „Tekstiniai uždaviniai, sprendžiami sudarant lygčių sistemas“ 3-įjį pavyzdį ir išspręskite šį uždavinį.
10	Prisiminkite stačiojo trikampio, kurio vieno kampo dydis lygus 45° , savybę. Pagalvokite, kurių atkarpų ilgius vertėtų pažymėti x ir y . Pritaikykite Pitagoro teoremą trikampiui ABD.

Apibendrinimas

Lygčių sistemos

KONSPEKTAS

Atlikdami užduotis parenkite esminės informacijos apie lygčių sistemas konspektą. Pasidalykite juo su bendraklasiais, konspektą aptarkite ir įvertinkite.

- 1

Ar teisingi šie teiginiai? Jei teiginys klaidingas, pataisykite jį.

A

Lygčių sistemos sprendiniu vadinama nežinomųjų reikšmių pora $(x; y)$, kuri yra bent vienos lygties sprendinys.

B

Išspręsti lygčių sistemą – tai rasti visus jos sprendinius arba įrodyti, kad lygčių sistema sprendinių neturi.

C

Lygčių sistemos sprendiniu vadinama nežinomųjų reikšmių pora $(x; y)$, kuri yra vienos iš lygčių sprendinys.

D

Lygčių sistemos sprendiniu vadinama nežinomųjų reikšmių pora $(x; y)$, kuri yra kiekvienos lygties sprendinys.
- 2

Įrašykite praleistus žodžius, kad gautumėte teisingus teiginius:

2.1.

Spręsdami lygčių sistemą keitimo būdu:

A

vienos lygties kurį nors nežinomąjį kitu;

B

įrašome nežinomojo išraišką į lygtį;

C

..... gautą lygtį su vienu nežinomuoju;

D

apskaičiuojame reikšmę.

2.2.

Spręsdami lygčių sistemą sudėties būdu:

A

pasirenkame, kurį pašalinsime;

B

jei reikia, vieną sistemos lygtį (kartais abi lygtis) dauginame iš tokio skaičiaus, kad koeficientai prie vieno iš nežinomųjų abiejose lygtyse būtų vienas kitam skaičiai;

C

..... abi sistemos lygtis;

D

išsprendžiame gautą lygtį su nežinomuoju;

E

..... antro nežinomojo reikšmę.
- 3

Kiekvieno žingsnio pradžia parinkite tinkamą pabaigą (nurodykite raidę ir skaičių). Kai tekstinį uždavinį norime išspręsti sudarydami lygčių sistemą, atliekame šiuos žingsnius:

A

Analizuojame uždavinio sąlygą, joje aprašytą situaciją pavaizduojame

B

Išsiaiškiname, kokius dydžius

C

Sudarome

D

Sprendžiame

E

Dar kartą perskaitome uždavinio sąlygą ir atmetame

F

Į atsakymą įrašome tik tuos dydžius,

1)

lygčių sistemą.

2)

nereikalingus sprendinius (jei tokių yra).

3)

kurių prašoma uždavinio sąlygoje.

4)

reikia pažymėti nežinomaisiais.

5)

piešinuku, brėžiniu ar kitu būdu.

6)

gautą lygčių sistemą.
- 4

Vaida ir Saulius sprendžia lygčių sistemą $\begin{cases} 6x + y^2 = 3, \\ 3x = 7y - 24. \end{cases}$ Kurio mokinio pasirinkta sprendimo strategija yra teisinga?
- | Vaida | Saulius | |
|--|---|--|
| $\begin{cases} 6x + y^2 = 3, \\ 3x = 7y - 24 \mid : 3, \end{cases}$ | $\begin{cases} 2 \cdot 3x + y^2 = 3, \\ 3x = 7y - 24, \end{cases}$ | <div>A Vaidos</div> <div>B Sauliaus</div> <div>C Abiejų teisinga</div> <div>D Abiejų klaidinga</div> |
| $\begin{cases} 6x + y^2 = 3, \\ x = \frac{7}{3}y - 9, \end{cases}$ | $\begin{cases} 2 \cdot (7y - 24) + y^2 = 3, \\ 3x = 7y - 24, \end{cases}$ | |
| $\begin{cases} 6\left(\frac{7}{3}y - 9\right) + y^2 = 3, \\ x = \frac{7}{3}y - 9, \end{cases}$ | ... | |
| ... | | |
- ### Istorinis uždavinys
- Rasti statkampio kraštines, jei jo perimetro yra 22 pėdos, o ploto 30 kv. pėdų.
- (Mt. Bagdonas. Algebros uždavinynas. II dalis, 1922 m.)
-
- ### SIEKIAME MEISTRIŠKUMO
- ## Kaip „auga“ pinigai?
- Žmonės taupydami pinigus deda juos į bankus. Bankai moka **paprastąsias** arba **sudėtines palūkanas**. Priklausomai nuo bankų mokamų palūkanų dydžio, **indėliai** padidėja skirtingai.
- 1

Pasitikrinkite paryškintų sąvokų apibrėžtis internete.
- 2

Įsivaizduokite, kad esate susitaukęs 200 eurų. Keliais eurai padidėtų ši pinigų suma per vienerius metus, jei ją padėtumėte į banką, kuris moka 5 % paprastųjų palūkanų?

O kiek pinigų būtų sąskaitoje, jei sutaupyta pinigų suma būtų padėta į banką 2 metams ir bankas mokėtų 5 % sudėtinių palūkanų? Pasidomėkite, kokia šiuo metu Lietuvoje yra metinė infliacija. Ar apsimokėtų laikyti pinigus banke dvejus metus su tokiomis palūkanomis?
- 16
- 17

- 3 Žemesnėse klasėse išmokote sudėtinių procentų formulę $S_n = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$. Jei užmiršote, susiraskite ją informacijos šaltiniuose (internetu puslapiuose, žinynuose, vadovėliuose). Prisiminkite, kas žymima raidėmis S_n , S_0 , p , n .
- 4 Domo teta prieš dvejus metus padėjo tam tikrą pinigų sumą į banką, kuris skaičiuoja metines sudėtines palūkanas. Teta pasigyrė, kad dabar šis indėlis jau padidėjo 2,25 karto. Ar iš tetos pasakojimo Domas gali nustatyti, kiek procentų palūkanų moka šis bankas? Apskaičiuokite šių palūkanų normą.
- 5 Jonas padėjo dvi skirtingo dydžio pinigų sumas į bankus „Turtas“ ir „Gerovė“. Į banką „Turtas“ jis padėjo 1600 eurų didesnę sumą negu į banką „Gerovė“. Bankas „Turtas“ moka 2 % sudėtinių metinių palūkanų, o bankas „Gerovė“ – 3 % metinių sudėtinių palūkanų. Po dvejų metų banke „Turtas“ buvo 1586,74 euro didesnė pinigų suma negu banke „Gerovė“. Kiek pinigų Jonas padėjo į kiekvieną banką?
- 6 Jolita padėjo indėlį į banką, kuris moka p procentų sudėtinių metinių palūkanų. Po metų jos indėlis buvo 1365 eurai. Jei indėlis būtų buvęs 200 eurų didesnis, o bankas mokėtų $p + 1$ procentų sudėtinių metinių palūkanų, tai per metus Jolitos indėlis padidėtų iki 1560 eurų. Kiek pinigų Jolita padėjo į banką ir kiek procentų palūkanų moka bankas?

Patarimas

Pažymėkite indėlio banke „Turtas“ dydį x (eurų), indėlio banke „Gerovė“ dydį y (eurų). Sudarydami lygčių sistemą pasinaudokite tuo, kad po dvejų metų banke „Turtas“ indėlio dydis bus išreiškiamas formule

$$x \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^2 = 1,0404x \text{ (eurų)}.$$

Analogiškai išreikškite indėlio dydį banke „Gerovė“.

Išivertinu

I. PRADEDU	II. MOKAUSI	III. GEBU	IV. TOBULĖJU
Išsprendžiu tik paprastas lygčių sistemas. Užduotis pavyksta atlikti tik su pagalba.	Išsprendžiu ne-sudėtingas lygčių sistemas naudodamasis netiesiogine kitų pagalba ar pavyzdžiu.	Išsprendžiu ne tik lygčių sistemas, bet ir moku spręsti daugelį tekstinių uždavinių. Retai reikia pagalbos.	Išsprendžiu daugelį tekstinių uždavinių. Užduotis atlieku savarankiškai. Padedu draugams.
Tu gali geriau! Dar kartą išnagrinėk pavyzdžius. Kreipkis pagalbos į mokytoją, pasikonsultuok su draugais.	Gerai! Paanalizuok tekstinių uždavinių sprendimo strategijas. Jei reikia, konsultuokis su mokytoju, draugais.	Šaunu! Spręsk ir sudėtingesnius, neįprasto konteksto uždavinius, konsultuok draugus. Mokydamas kitus pats geriau suprasi temą.	Siek daugiau! Pasidomėk sudėtingesnių lygčių sistemų sprendimo metodais. Juos rasi skyrelyje „Čempionų lyga“.

Žvilgsnis atgal

Kartojama tema „Laipsniai su sveikaisiais rodikliais“

Laipsnis su natūraliuoju rodikliu:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a, n \in \mathbf{N}, a \neq 0.$$

Pavyzdys

- $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8;$
- $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9;$
- $-4^4 = -4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = -256.$

Laipsnis su sveikuoju rodikliu:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, n \in \mathbf{Z}, a \neq 0;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, n \in \mathbf{Z}, a \neq 0; b \neq 0;$$

$$a^0 = 1, a \neq 0.$$

Pavyzdys

- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8};$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4};$
- $6^0 = 1;$
- $\left(-\frac{42}{231}\right)^0 = 1;$
- $-1002^0 = -1.$

- 1 Atidžiai išnagrinėkite užrašytas lygybes. Kai kuriose iš jų įsivėlė klaidų. Suraskite jas ir ištaisykite.

- $-4^2 = -4 \cdot 4 = -16;$
- $(-5)^3 = -5 \cdot (-5) \cdot (-5) = -125;$
- $(-6)^{20} = 6^{20};$
- $-(-5)^2 = 5^2;$
- $(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = -\frac{1}{27};$
- $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{8}.$

- 2 Apskaičiuokite:

- $(-5)^2;$
- $-3^3;$
- $-1^6;$
- $(-4)^4;$
- $4^{-3};$
- $(-2)^{-4};$
- $\left(\frac{1}{12}\right)^{-1}.$

- 3 Atlikite veiksmus:

- $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 5^0;$
- $\left(\frac{5}{16}\right)^0 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2};$
- $-(-6)^2 - (-8)^0;$
- $8^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}.$

Laipsnių savybės, kai $n \in \mathbf{Z}, m \in \mathbf{Z}, a \neq 0$:

$a^n \cdot a^m = a^{n+m},$
 $a^n : a^m = a^{n-m},$
 $(a^n)^m = a^{n \cdot m},$
 $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n,$
 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0.$

Pavyzdys

- 1) $6^6 \cdot 6^{-4} = 6^{6+(-4)} = 6^2 = 36;$
2) $a^{-4} : a^2 = a^{-4-2} = a^{-6} = \frac{1}{a^6};$
3) $(3^{-1})^{-3} = 3^{-1 \cdot (-3)} = 3^3 = 27;$
4) $(a \cdot b^2)^3 = a^3 \cdot (b^2)^3 = a^3 \cdot b^{2 \cdot 3} = a^3 \cdot b^6;$
5) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}.$
6) Ar reiškinys $4 \cdot 5^{2023} + 8 \cdot 5^{2024} - 5^{2025}$ dalijasi iš 19? Atsakymą pagrįskite.

Sprendimas

$4 \cdot 5^{2023} + 8 \cdot 5^{2024} - 5^{2025} =$
 $= 5^{2023}(4 + 8 \cdot 5 - 5^2) = 5^{2023} \cdot 19.$

Gavome sandaugą, kurios vienas iš daugiklių lygus 19, vadinasi, šis skaičius dalijasi iš 19.

- 4 Užrašykite laipsniu:
- a) $5^6 \cdot 5^{25};$ b) $11^6 \cdot 11^{-23};$
c) $6^6 : 6^{-4};$ d) $c^{-10} : c^{-8};$
e) $(6^{-5})^3;$ f) $(8^{-5})^3 \cdot 8^2;$
g) $13^{27} : (13^3)^{10};$ h) $5^6 \cdot 8^6;$
i) $m^{-5} \cdot n^{-5};$ j) $\frac{17^5}{23^5};$
k) $n^{16} \cdot n^{51} : n^{10};$ l) $(a^6)^{-2} \cdot a^{10} : a^{-5}.$
- 5 Apskaičiuokite skaitinių reiškinių reikšmes:
- a) $5^{10} \cdot 5^{-12};$ b) $2^6 \cdot 5^6;$
c) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-2};$ d) $2^{15} : 2^{10};$
e) $3^{-2} \cdot (3^2)^3;$ f) $\frac{2^{12} \cdot 2^{10}}{2^{20}};$
g) $\frac{(5^3)^7 \cdot 5^{11}}{5^{32}};$ h) $\frac{(6^6)^7}{6^9 \cdot (6^3)^{12}}.$
- 6 Suvienodinkite laipsnių pagrindus ir apskaičiuokite:
- a) $2^{10} \cdot 4^{-6};$ b) $9^{-8} : 3^{-20};$
c) $8^{-12} \cdot 2^{35};$ d) $27^{12} \cdot 9^{-17};$
e) $36^{-2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-5};$ f) $\left(\frac{1}{8}\right)^6 : 2^{-16};$
g) $\frac{27^9}{9 \cdot (3^2)^{14}};$ h) $\frac{27^9}{9 \cdot (3^2)^{14}}.$
- 7 Reiškinį užrašykite laipsniu:
- a) $3^{10} \cdot 3^{6+n};$ b) $5^{m+1} \cdot 25^{m-1}.$
- 8 Reiškinį užrašykite laipsniu:
- a) $a^{10} \cdot (a^{-6})^3;$ b) $0,25x^{-15} \cdot (2x^{10})^2;$
c) $0,5x^{10}y^6 \cdot (-2x^{-5}y^{-18});$ d) $\frac{b^{62} \cdot b^{10}}{b^{24}};$
e) $\frac{(x^6)^{-4} \cdot x^8}{x^{-17}};$ f) $\frac{(xy^3)^2 \cdot x^4y^{-1}}{x^8y^3};$
g) $\frac{16}{a^6} : (a^3)^{-1} \cdot (2a)^{-4}.$
- 9 Įrodykite, kad skaičius $3^{73} + 3^{71}$ dalijasi iš 10.
- 10 Ar reiškinys $2^{2024} - 3 \cdot 2^{2020}$ dalijasi iš 13? Atsakymą pagrįskite.
- 11 Ar reiškinio $4^{3n+1} \cdot 8^{5-2n}$ reikšmė priklauso nuo kintamojo n reikšmės? Atsakymą pagrįskite.

Teigiamo skaičiaus užrašymas pavidalu $a \cdot 10^n$, čia $1 \leq a < 10$, n – sveikasis skaičius, vadinamas standartine skaičiaus išraiška. Laipsnio rodiklis n vadinamas skaičiaus eile.

Pavyzdys

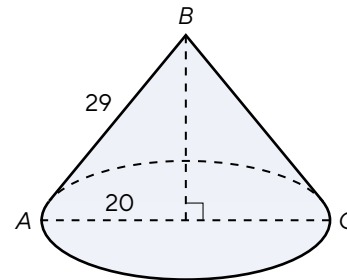
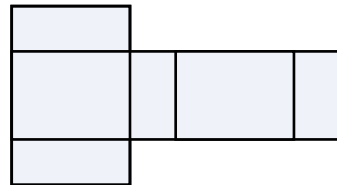
- 1) $6,45 \cdot 10^{-20}$ – standartinė išraiška;
2) $64,5 \cdot 10^6$ – skaičius užrašytas ne standartine išraiška, nes $64,5 > 10$.
Pertvarkykime šį skaičių į standartinę išraišką:
 $64,5 \cdot 10^6 = 6,45 \cdot 10 \cdot 10^6 = 6,45 \cdot 10^7.$

- 12 Kurie iš šių skaičių yra užrašyti standartine išraiška?
A $3,85 \cdot 10^{-20};$ B $0,5 \cdot 10^8;$ C $24 \cdot 10^5;$
D $2,614 \cdot 10^{25};$ E $0,008 \cdot 10^{-5}.$
- 13 Kokia yra šio skaičiaus eilė:
a) $5,8 \cdot 10^{12};$ b) $9,12 \cdot 10^{-18};$
c) $65 \cdot 10^2;$ d) $0,6 \cdot 10^{-4}?$
- 14 Duotus skaičius užrašykite standartine išraiška:
a) 78 000; b) 0,0039; c) 42,862;
d) 0,0000512; e) $56 \cdot 10^8;$ f) $0,007 \cdot 10^6;$
g) $2350 \cdot 10^{-25};$ h) $0,0032 \cdot 10^{-16}.$
- 15 Atlikite veiksmus ir atsakymą užrašykite standartine išraiška:
a) $(3,2 \cdot 10^8) \cdot (8,5 \cdot 10^{12});$ b) $(9,4 \cdot 10^{25}) \cdot (4,8 \cdot 10^{-4});$
c) $(9,8 \cdot 10^{-10}) : (2,8 \cdot 10^{-8});$ d) $(1,44 \cdot 10^{54}) : (3 \cdot 10^{-12});$
e) $6,5 \cdot 10^5 + 8,25 \cdot 10^5;$ e) $2,12 \cdot 10^{-6} - 8,2 \cdot 10^{-6}.$

Kartojami įvairūs uždaviniai

- 1 Kuri iš nelygybių teisinga su skaičiais 4, $2\sqrt{5}$, $\sqrt{17}$?
A $2\sqrt{5} < 4 < \sqrt{17}$ B $4 < \sqrt{17} < 2\sqrt{5}$ C $\sqrt{17} < 2\sqrt{5} < 4$
D $4 < 2\sqrt{5} < \sqrt{17}$ E $2\sqrt{5} < \sqrt{17} < 4$
- 2 Kurį skaitmenį reikia parašyti vietoj *, kad skaičius $\overline{(3254*)}$ be liekanos dalytųsi iš 3?
A 0 B 2 C 4 D 5 E 6
- 3 Rūta turi tam tikrą kiekį riešutų. Kai ji sudėliojo riešutus į krūveles po 5, tai 2 riešutai liko, o kai sudėliojo po 3, riešutų neliko. Kiek riešutų iš toliau pasiūlytų variantų galėjo turėti Oksana?
A 32 B 45 C 57 D 63 E 81
- 4 Kuri iš pateiktų kvadratinų lygčių neturi sprendinių?
A $4x^2 - 3x - 3 = 0$ B $x^2 + 4x + 3 = 0$ C $9x^2 + 6x + 1 = 0$
D $5x^2 - x + 2 = 0$ E $-6x^2 = 0$

- 5 Išreikškite laipsniu $\frac{2^8 \cdot 5^8}{10^4}$.
- A 10^2 B 10^4 C 10^8 D 10^9 E 10^{12}
- 6 Išspręskite nelygybę $10 - 3x > 4$.
- 7 Suprastinkite reiškinius:
- a) $5 - (3x - 4)$; b) $5(2x - 1) - 6x$;
c) $(3x - 4)^2 - 2(x + 12)$; d) $5(3x - 4)^2 - 2x(5 - 6x)$.
- 8 Išskaidykite daugikliais:
- a) $24x - 8y$; b) $3a^2 - 6a$; c) $-8n^2 - 44nm$; d) $4b^2 - 9$; e) $3z^2 - 75v^4$.
- 9 Lygiagretainio dviejų kampų dydžių suma lygi 150° . Apskaičiuokite lygiagretainio didesniojo kampo dydį.
- 10 Knygyno savininkas Vincas pirkė knygų iš leidyklos ir pardavinėjo jas su 30 % antkainiu. Per išpardavimą knygyne savininkas visoms knygoms suteikė 20 % nuolaidą. Keliais procentais knygų kaina per išpardavimą buvo didesnė už leidyklos kainą?
- 11 Brėžinyje pavaizduota briaunainio išklotinė. Kiek briaunų turi šis briaunainis?
- 12 Pasinaudokite brėžinio duomenimis ir apskaičiuokite kūgio tūrį. Atsakymą pateikite vartodami raidę π .
- 13 Lentynoje sudėta 18 stiklainių džemo. Tarp jų yra 6 stiklainiai abrikosų džemo ir 12 obuolių džemo. Iš išorės stiklainiai nesiskiria. Šeimininkė atsitiktinai iš lentynos paėmė vieną stiklainį. Apskaičiuokite tikimybę, kad šeimininkė paėmė stiklainį su abrikosu džemu.
- 14 Tam tikro modelio televizorius kainuoja 720 eurų. Patobulintas šio televizoriaus modelis kainuoja 828 eurus. Apskaičiuokite, keliais procentais brangesnis patobulintas šio televizoriaus modelis.



Čempionų lyga

Sudėtingesnės lygčių sistemos

Jei abi sistemos lygtys yra kvadratinės ir jų išraiška yra $ax^2 + by^2 = c$, lygčių sistemą patogiau spręsti sudėties būdu.

Pavyzdys

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 25, \\ 3x^2 - 5y^2 = -33. \end{cases}$$

Sprendimas

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 25 \mid \cdot 5, \\ 3x^2 - 5y^2 = -33, \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 20x^2 + 5y^2 = 125, \\ 3x^2 - 5y^2 = -33, \end{cases}$$

$$23x^2 = 92,$$

$$x^2 = 4,$$

$$x = 2, x = -2.$$

$$\text{Kai } x = 2, \text{ tai } y = 3, y = -3.$$

$$\text{Kai } x = -2, \text{ tai } y = 3, y = -3.$$

Atsakymas. (2; 3), (2; -3), (-2; 3), (-2; -3).

Jei sudėjus abi lygčių sistemos lygtis gaunama lygtis, kurioje yra reiškinys $a^2 + 2ab + b^2$, patogiau taikyti dvinarinio kvadrato formulę sprendžiant lygtį.

Pavyzdys

$$\begin{cases} xy - 4 = 0, \\ x^2 + y^2 = 8. \end{cases}$$

1 Išspręskite lygčių sistemas:

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 - y^2 = 1; \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 25, \\ 4x^2 + y^2 = 40; \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 10, \\ 2x^2 + y^2 = 14; \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 35, \\ 4x^2 - 3y^2 = 24; \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x^2 - (y - 2)^2 = 12, \\ x^2 + (y - 2)^2 = 1; \end{cases}$

f) $\begin{cases} (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 1, \\ y = -(x + 2)^2 + 3. \end{cases}$

2 Išspręskite lygčių sistemas:

a) $\begin{cases} xy = 12, \\ x^2 + y^2 = 40; \end{cases}$

b) $\begin{cases} xy = 5, \\ x^2 + y^2 = 26; \end{cases}$

Sprendimas

$$\begin{cases} xy - 4 = 0, \\ x^2 + y^2 = 8. \end{cases}$$
$$\begin{cases} xy = 4 \mid \cdot 2, \\ x^2 + y^2 = 8, \end{cases}$$
$$+ \begin{cases} 2xy = 8, \\ x^2 + y^2 = 8, \end{cases}$$
$$\hline x^2 + 2xy + y^2 = 16,$$

$$(x + y)^2 = 16,$$
$$\begin{array}{ll} 1) x + y = 4, & 2) x + y = -4, \\ x = 4 - y, & x = -y - 4, \\ (4 - y)^2 + y^2 = 8, & (-4 - y)^2 + y^2 = 8, \\ y = 2; & y = -2. \end{array}$$

Kai $y = 2$, tai $x = 2$.
Kai $y = -2$, tai $x = -2$.

Atsakymas. (2; 2), (-2; -2).

Jei viena lygtis yra $ax^3 + by^3 = c$, o kita tiesinė, šių lygčių sistemą patogiau spręsti keitimo būdu, bet prieš tai reikia pritaikyti kubų sumos arba skirtumo formulę $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ arba $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

Pavyzdys

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x^3 - y^3 = 7. \end{cases}$$

Sprendimas

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ (x - y)(x^2 + xy + y^2) = 7, \end{cases}$$
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ 1 \cdot (x^2 + xy + y^2) = 7, \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 1 + y, \\ (1 + y)^2 + y(1 + y) + y^2 = 7, \end{cases}$$
$$y_1 = -2, y_2 = 1, x_1 = -1, x_2 = 2.$$

Atsakymas. (-1; -2), (2; 1).

c) $\begin{cases} xy = 1, \\ x^2 + y^2 = 2; \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + xy = 6, \\ xy + y^2 = 3; \end{cases}$

e) $\begin{cases} x^2 - xy = 28, \\ xy - y^2 = 12. \end{cases}$

f) $\begin{cases} xy = 12, \\ x^2 + y^2 = 40; \end{cases}$

3 Išspręskite lygčių sistemas:

a) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x + y = 5; \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 133, \\ x - y = 7; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 72, \\ x^2 - xy + y^2 = 12; \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^3 + y^3 = -7, \\ x^2 - xy + y^2 = 7. \end{cases}$

Jei pertvarkius lygčių sistemą lygtyse gaunami pasikartojantys reiškiniai, patogiau įvesti naujus nežinomuosius (vartoti keitinius).

Pavyzdys

$$\begin{cases} x^2y + 2xy^2 = 6, \\ x + 2y + xy = -7. \end{cases}$$

Sprendimas

$$\begin{cases} xy(x + 2y) = 6, \\ (x + 2y) + xy = -7. \end{cases}$$

Pažymime: $xy = a, x + 2y = b$.

$$\begin{cases} ab = 6, \\ a + b = -7, \end{cases} \quad \begin{cases} a(-7 - a) = 6, \\ b = -7 - a, \end{cases}$$

$$a^2 + 7a + 6 = 0, a = -6, a = -1.$$

Kai $a = -6$, tai $b = -1$. Kai $a = -1$, tai $b = -6$.

$$1) \begin{cases} xy = -6, \\ x + 2y = -1, \end{cases} \quad 2) \begin{cases} xy = -1, \\ x + 2y = -6, \end{cases}$$

$$x_1 = 3, y_1 = -2, \quad x_1 = -3 - \sqrt{11},$$

$$x_2 = -4, y_2 = 1,5; \quad y_1 = \frac{-3 + \sqrt{11}}{2},$$

$$x_2 = -3 + \sqrt{11}, \quad y_2 = \frac{-3 - \sqrt{11}}{2}.$$

Atsakymas. (3; -2), (-4; 1,5), $\left(-3 - \sqrt{11}; \frac{-3 + \sqrt{11}}{2}\right), \left(-3 + \sqrt{11}; \frac{-3 - \sqrt{11}}{2}\right)$.

Išspręskime keletą tekstinių uždavinių, kuriuos sprendžiant reikia sudaryti sudėtingesnes lygčių sistemas.

Pavyzdys

Tomas nori nusipirkti mikrobangų krosnelę. Jis žino, kad krosnelės durelių įstrižainės ilgis lygus 34 cm, o durelių plotas lygus 480 cm². Ar tilptų ši mikrobangų krosnelė į sienos nišą, kurios matmenys 15 cm × 30 cm?

Sprendimas

- Pažymėkime durelių matmenis x (cm) ir y (cm).
- Durelės yra stačiakampio formos, todėl jų plotas yra $x \cdot y$.
- Žinodami plotą, sudarome pirmąją sistemos lygtį: $x \cdot y = 480$.
- Pagal Pitagoro teoremą sudarome antrąją lygtį: $x^2 + y^2 = 34^2$.
- Gauname lygčių sistemą $\begin{cases} x \cdot y = 480, \\ x^2 + y^2 = 34^2. \end{cases}$
- Pasinaudoję vienu iš 1–4 sudėtingesnių lygčių sistemos sprendimo pavyzdžių, išspręskime šią lygčių sistemą.

4 Išspręskite lygčių sistemas:

a) $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 6, \\ x + y + xy = 5; \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2y - xy^2 = -12, \\ x - y = -1 - xy; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = -8 - xy, \\ (x + y)^2 - xy = 28; \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 9, \\ \frac{(x + y)x}{y} = 20. \end{cases}$



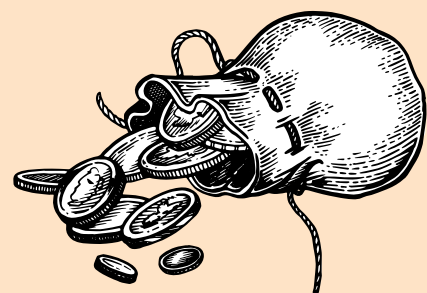
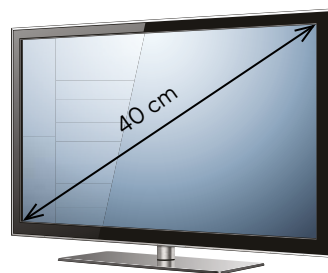
Kuriuo iš pavyzdžių tikslinga pasinaudoti?

- Sprendiniai: $\begin{cases} x_1 = -16, x_2 = -30, x_3 = 16, x_4 = 30, \\ y_1 = -30, y_2 = -16, y_3 = 30, y_4 = 16. \end{cases}$

Atsakymas. Netilptų, nes mikrobangų krosnelės matmenys yra didesni negu sienos nišos.

Ar visi sprendiniai atitinka uždavinio sąlygą? Kodėl?

- 5 Jei prie dviejų skaičių kvadratų sumos pridėsime tų skaičių sandaugą, gausime 61. Jei iš tų pačių skaičių kvadratų sumos atimsime tų skaičių sandaugą, gausime 21. Raskite šiuos skaičius.
- 6 Dviejų skaičių kvadratų skirtumas lygus 16. Tų skaičių skirtumo kvadratas lygus 4. Raskite tuos skaičius.
- 7 Justas sugalvojo du skaičius. Šių skaičių sumą padauginęs iš mažesniojo skaičiaus jis gavo 40. Tada Justas tų skaičių skirtumą padaugino iš didesniojo skaičiaus ir gavo 12. Kokius skaičius sugalvojo Justas?
- 8 Laima lentoje užrašė du skirtingus skaičius. Sudauginusi pirmąjį skaičių ir skaičių, vienetu didesnį už antrąjį skaičių, mergaitė gavo 117. Sudauginusi antrąjį skaičių ir skaičių, vienetu mažesnį už pirmąjį skaičių, ji gavo 96. Kokius skaičius Laima užrašė lentoje?
- 9 Televizoriaus ekrano įstrižainės ilgis lygus 40 cm, o jo plotas lygus 768 cm². Apskaičiuokite ekrano matmenis.
- 10 Apskaičiuokite stačiojo trikampio kraštinių ilgius, jei trikampio įžambinės ilgis lygus 2, o plotas lygus 1.
- 11 Duotas stačiakampis. Jei šio stačiakampio vieną kraštinę pailginsime 2 cm, tai jo plotas bus lygus 12 cm². Jei kitą kraštinę pailginsime 1 cm, tai jo plotas bus lygus 8 cm². Apskaičiuokite stačiakampio matmenis.



Istorinis uždavinys

Viena kapitolo dalis kasmet duoda 300 auks. pelno, o antra 240 auks. Antroji dalis duoda 1 % daugiau negu pirmoji. Iš kiek % leista kiekviena dalis, jei visas kapitolas lygus 10 000 auks.?

(Mt. Bagdonas. Algebros uždavinynas. II dalis, 1922 m.)