

Turiny

Kaip mokytis su vadovėliu	4
---------------------------------	---

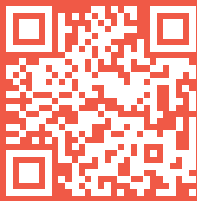
VI ciklas Funkcija	6
Prisimename	9
Tiesinė ir kvadratinė lygtys	9
Taškai koordinatų plokštumoje	10
Simetrija	11
Ciklo temos	
1. Funkcija ir jos reiškimo būdai	12
2. Funkcijos savybės ir jos grafikas	19
3. Funkcijos savybės ir jos formulė	28
Pasitikriname	34
Apibendrinimas	36
Žvilgsnis atgal	39
Čempionų lyga	42

VII ciklas Tiesinė funkcija	45
Prisimename	47
Įvesties ir išvesties lentelės	47
Tiesinė lygtis su dviem nežinomaisiais	48
Ciklo temos	
1. Tiesinė funkcija ir jos grafikas	49
2. Tiesinės funkcijos savybės	57
3. Tiesinės funkcijos formulės sudarymas	63
4. Tiesinės funkcijos taikymas gyvenimiškose situacijose	69
Pasitikriname	76
Apibendrinimas	79
Žvilgsnis atgal	82
Čempionų lyga	88

VIII ciklas Kvadratinės funkcijos	91
Prisimename	93
Tiesinių lygčių sistemų sprendimas grafiniu būdu	93
Funkcijos užrašymas formule	94
Ciklo temos	
1. Kvadratinė funkcija $f(x) = ax^2$	95
2. Kvadratinė funkcija $f(x) = ax^2 + c$	101
3. Kvadratinės funkcijos $f(x) = a(x - m)^2 + n$ ir $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	106
4. Kvadratinė funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$	117
5. Kvadratinų funkcijų taikymas gyvenimiškose situacijose	123
6. Grafinis lygčių sistemų sprendimas	129
Pasitikriname	133
Apibendrinimas	135
Žvilgsnis atgal	139
Čempionų lyga	144

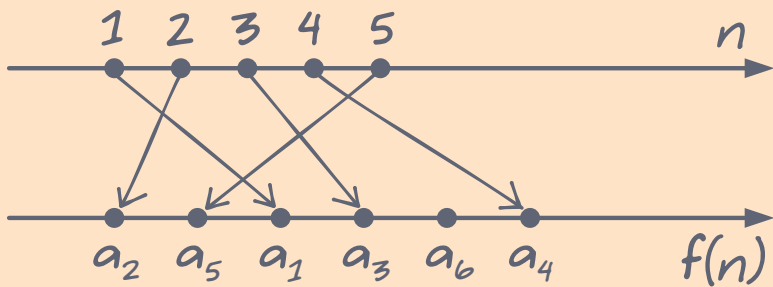
IX ciklas Skaičių sekos	147
Prisimename	149
Aibės	149
Skaičių aibės	150
Skaičių dalumas	150
Ciklo temos	
1. Skaičių seka	152
2. Skaičių sekų užrašymas formulėmis	155
3. Skaičių seka – natūraliojo argumento funkcija	162
Pasitikriname	165
Apibendrinimas	167
Žvilgsnis atgal	171
Čempionų lyga	177

X ciklas Statistika	179
Prisimename	181
Statistinis tyrimas. Imties duomenų rinkimas	181
Imties skaitinės charakteristikos	182
Duomenų grupavimas į intervalus	183
Ciklo temos	
1. Sklaidos diagrama	187
2. Sklaidos diagramoje pavaizduotos tiesės lygtis	193
3. Koreliacija	200
Pasitikriname	207
Apibendrinimas	210
Žvilgsnis atgal	214
Čempionų lyga	219



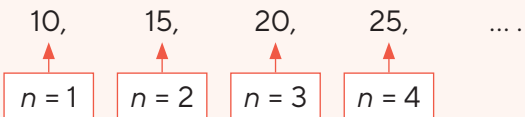
moks.link/bgrv

Skaičių seka – natūraliojo argumento funkcija



Kaip apibrėžiama skaičių seka? Kokie gali būti skaičių sekos reiškimo būdai?

Nagrinėjame didėjimo tvarka surašytus visus skaičiaus 5 kartotinius, didesnius už 5:



	Natūraliųjų skaičių aibė					
Sekos narių numeriai	1	2	3	4	5	...
Sekos nariai	10	15	20	25	30	...

Kiekvieną natūraliųjų skaičių atitinka vienintelė skaičių sekos nario reikšmė. Todėl skaičių seka yra funkcija, kurios argumentas yra natūralusis skaičius, o funkcijos reikšmė yra realusis skaičius. Tai reiškia, kad **skaičių seka yra taisyklė, kuri kiekvienam natūraliajam skaičiui priskiria vienintelį realiųjų skaičių.**

	Natūraliųjų skaičių aibės poaibis						
Sekos narių numeriai	1	2	3	4	5	...	18
Sekos nariai	10	15	20	25	30	...	95

Jeigu skaičių seka yra baigtinė (pavyzdžiui, dviženkliai skaičiaus 5 kartotiniai: 10, 15, 20, 25, 30, ..., 90, 95), turime taisyklę, kuri kiekvienam natūraliųjų skaičių aibės poaibio elementui priskiria vienintelį realiųjų skaičių.

Skaičių seka, kaip ir bet kuri kita funkcija, gali būti apibrėžiama šiais būdais: formule, lentele, žodžiais arba grafiku.

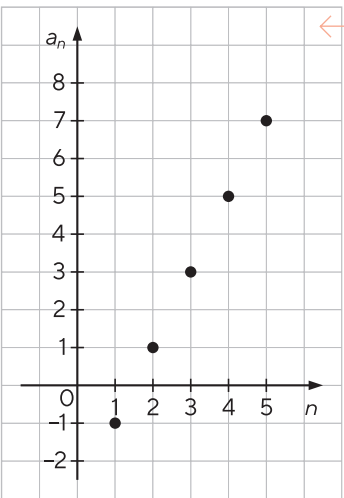
Pavyzdys

1. Seka apibrėžta formule: $u_n = 5n - 11$. ← Pirmieji penki sekos (u_n) nariai yra -6, -1, 4, 9, 14.
2. Seka apibrėžta lentele: ← Pirmieji penki sekos (b_n) nariai yra 3, 6, 12, 24, 48.

n	1	2	3	4	...
b_n	3	6	12	24	...

3. Seka apibrėžta žodžiais: skaičių seką (d_n) sudaro iš eilės einantys natūralieji skaičiai, kurie nesidalija iš 5. ← Pirmieji penki sekos (d_n) nariai yra 1, 2, 3, 4, 6.

4. Seka apibrėžta grafiku:



← Iš grafiko galime rasti pirmuosius penkis sekos (a_n) narius:

- kai $n = 1$, tai $a_1 = -1$;
- kai $n = 2$, tai $a_2 = 1$;
- kai $n = 3$, tai $a_3 = 3$;
- kai $n = 4$, tai $a_4 = 5$;
- kai $n = 5$, tai $a_5 = 7$.



Pirmieji skaičių sekos (x_n) nariai yra 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

- 1) Žodžiais nusakykite taisyklę, pagal kurią galima rasti šios sekos narius.
- 2) Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti šios sekos narius.
- 3) Sąsiuvinyje užpildykite lentelę:

n	1	2	3	4	5	6	...
x_n							

- 4) Nubraižykite šios sekos grafiką, kai $n < 5$.

Svarbu!

Skaičių seka yra funkcija. Jos apibrėžimo sritį sudaro natūralieji skaičiai.

$$c_n = f(n), n = 1, 2, 3, 4, \dots$$



- 1 Duoti pirmieji skaičių sekos (c_n) nariai:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$$

- Žodžiais nusakykite taisyklę, pagal kurią galima rasti šios sekos narius.
- Parašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti šios sekos narius.
- Sąsiuvinyje užpildykite lentelę:

n	1	2	3	4	5	6	...
c_n							

- 4) Nubraižykite šios sekos grafiką, kai $n \leq 5$.

- 2 Baigtinės skaičių sekos (f_n) nariai surašyti į lentelę:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_n	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10

- Nusakykite žodžiais, kaip gaunami šios sekos nariai.
- Nubraižykite šios sekos grafiką.
- Kuri iš formulių: $f_n = 10n - 2$ ir $f_n = 10 - 2n$, yra duotos skaičių sekos formulė?

- 3 Duota tiesinė funkcija $f(x) = 3x - 5$ ir skaičių seka, išreikšta formule $a_n = 2n + 1$.

- Apskaičiuokite $f(a_1)$, $f(a_5)$ ir $f(a_{12})$.
- Paaiškinkite, kodėl funkcijos reikšmės $f(a_1)$, $f(a_2)$, $f(a_3)$, ... sudaro skaičių seką.
- Parašykite šešioliktąjį sekos narį $f(a_{16})$.

- 4 Lentelėse pateikta keletas funkcijų $y = f(x)$ ir $y = g(x)$ reikšmių. Kuri funkcija negali būti skaičių seka? Atsakymą pagrįskite.

x	-1	0	1	2	3	4	5
$y = f(x)$	1	2	3	4	5	6	7

x	1	2	3	4	5	6	7
$y = g(x)$	-1	0	1	2	3	4	5

- 5 Nubraižykite baigtinės skaičių sekos grafiką:

a) $5, 3, 1, -1, -3, -5$; b) $-12, -6, -3, -1, 5$.

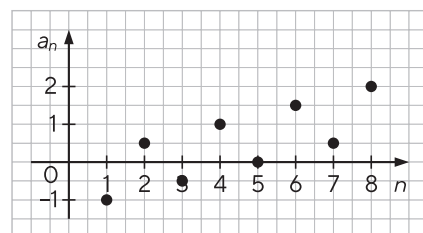
- 6 Nubraižykite bendrojo nario formulę apibrėžtos skaičių sekos (x_n) grafiką:

a) $x_n = 3 - 2n, 1 \leq n \leq 6$;

b) $x_n = 3n + 2, 1 \leq n \leq 5$;

c) $x_n = \frac{2n}{n+2}, 1 \leq n \leq 10$.

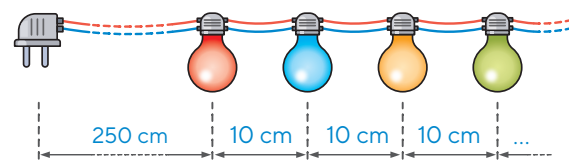
- 7 Brėžinyje pavaizduotas sekos (a_n) grafikas, kai $n \leq 8$.



Remkitės brėžiniu ir atlikite šias užduotis:

- parašykite, kam lygūs sekos nariai a_1, a_4, a_8 ;
- apskaičiuokite $a_2 + a_7$;
- raskite skaičių, atvirkštinį šeštajam sekos nariui;
- raskite skaičių, priešingą pirmojo ir aštuntojo sekos narių santykiui.

- 8 Pirmasis IX ciklo uždavinys (žr. p. 148). Prieš Kalėdas Vilius sumanė namo fasadą papuošti lempučių girlianda. Lemputes jis ketino sujungti taip, kaip pavaizduota paveikslėlyje.



- Parašykite formulę, pagal kurią būtų galima apskaičiuoti, kiek metrų laido reikės bet kokiam skaičiui n lempučių sujungti.
- Kiek lempučių Viliui reikia nusipirkti, jei jis nori sujungti 100 m ilgio girliandą namo fasadui papuošti?

Pasitikriname

- 1 Kam lygus skaičių sekos $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ penktasis narys?

A 5 B 4 C 6 D Nustatyti neįmanoma

- 2 Duota skaičių seka $15, 10, 5, 0, -5, -10, -15, \dots$. Kuris skaičius **nėra** šios sekos narys?

A -25 B -505 C 25 D -2315

- 3 Kelintas skaičių sekos $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$ narys yra skaičius $\frac{30}{33}$?

A 33-iasis B 30-asis C 10-asis D Nustatyti neįmanoma

- 4 Duota skaičių seka (a_n) : $0; 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,25; 1,5; \dots$. Jos

A $a_1 = 1, a_5 = 5$ B $a_5 = 1,25, a_{10} = 2,25$ C $a_5 = 1, a_{10} = 2$ D $a_1 = 0, a_{10} = 2,25$.

- 5 Kuri skaičių seka yra baigtinė?

A Skaičių seka (c_n) – natūralieji nelygybės $3x - 1 > 41$ sprendiniai.
B Skaičių seka (u_n) – neigiami sveikieji nelygybės $1 - 3x < 40$ sprendiniai.

- 6 Seka (u_n) apibrėžiama formule $u_n = \frac{n}{n+1}$. Kurie iš nurodytų skaičių yra pirmieji trys šios sekos nariai?

A $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ B $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ C $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$

- 7 Duota skaičių seka (y_n) : $\frac{3}{4}, \frac{8}{7}, \frac{13}{12}, \dots$. Kuri formulė yra šios sekos bendrojo nario formulė?

A $y_n = \frac{2n+1}{2n+2}$ B $y_n = \frac{5n-2}{n^2+3}$ C $y_n = \frac{2n+1}{n+3}$ D $y_n = \frac{4n-1}{n^2+3}$

- 8 Kurios sekos devintasis narys lygus 11?

A $a_n = 9n + 2$ B $b_n = 7 - 2n$ C $c_n = \frac{15+2n}{3}$ D $d_n = \frac{2n+9}{3}$

- 9 Skaičių sekos (p_n) bendrojo nario formulė yra $p_n = n^2 - 2n$. Šios sekos ketvirtojo ir devintojo narių suma lygi:

A 13 B 71 C 97 D 63.

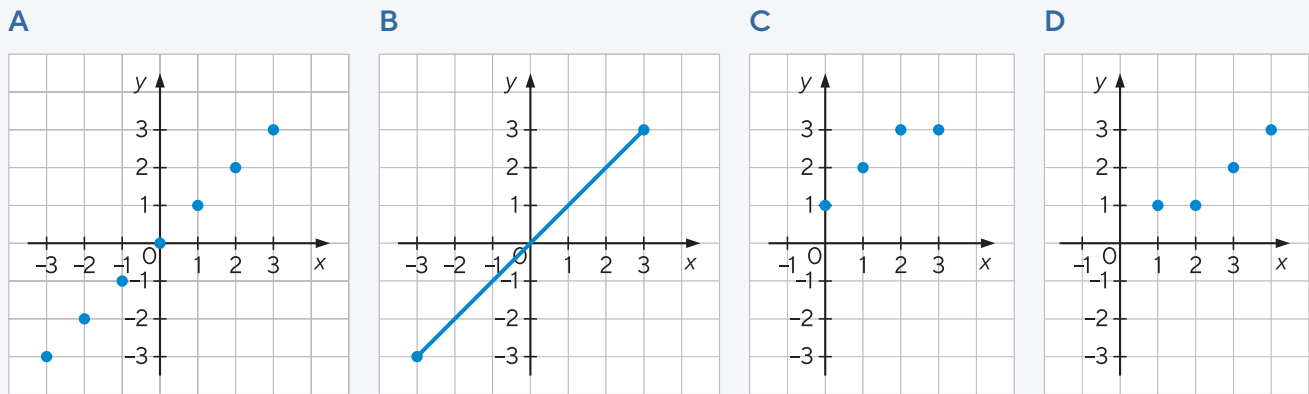
- 10 Skaičių sekos (y_n) bendrojo nario formulė yra $y_n = 4n - 3$. Raskite šios sekos nario, lygaus 57, numerį.

A 13 B 14 C 15 D 16

- 11 Skaičių sekos bendrojo nario formulė yra $d_n = 3 - 2n$. Šios sekos d_{n+1} narys lygus:

A $d_{n+1} = 4 - 2n$ B $d_{n+1} = 2n - 1$ C $d_{n+1} = 1 - 2n$ D $d_{n+1} = 1 + 2n$.

- 12 Skaičių sekos, apibrėžtos rekurentine formule $b_1 = 3$, $b_{n+1} = b_n + 1,5$, šeštasis narys lygus:
A 9 B 9,5 C 10 D 10,5.
- 13 Seka (x_n) apibrėžta rekurentine formule $x_1 = -1$, $x_{n+1} = x_n - 4$. Kuri iš pateiktų formulių yra šios sekos bendrojo nario formulė?
A $x_n = -3 + 4n$ B $x_n = -3 + 2n$ C $x_n = -7 + 6n$ D $x_n = 3 - 4n$
- 14 Skaičių seka (x_n) apibrėžta rekurentine formule $x_1 = -2$, $x_{n+1} = 6 - x_n$. Šios sekos šimtas narys lygus:
A 100 B 8 C -2 D 6.
- 15 Kuriame brėžinyje pavaizduotas skaičių sekos grafikas?



Jei neteisingai išsprendėte

Rekomenduojame

- 1–4 Perskaityti temą „Skaičių seka“ ir prisiminti, kas yra skaičių sekos numeris ir skaičių sekos narys.
- 5 Temoje „Skaičių seka“ rasti baigtinės ir begalinės sekos apibrėžtis. Prisiminti, kaip sprendžiamos tiesinės nelygybės.
- 6–9 Panagrinėti dar kartą temos „Skaičių sekų užrašymas formulėmis“ 1 pavyzdžio a) dalies sprendimą.
- 10 Panagrinėti temos „Skaičių sekų užrašymas formulėmis“ 1 pavyzdžio b) dalies sprendimą.
- 11 Pasinaudoti temoje „Skaičių sekų užrašymas formulėmis“ pateiktu patarimu prie 4 uždavinio.
- 12–14 Perskaityti temą „Skaičių sekų užrašymas formulėmis“ ir prisiminti, ką reiškia rekurentinė sekos formulė.
- 15 Prisiminti, kaip skaičių sekos susijusios su funkcijomis ir kuo skiriasi bet kokios funkcijos ir skaičių sekos grafikai.

Apibendrinimas

Dėsningumai mūsų aplinkoje



KONSPEKTAS

Atlikite užduotis ir parenkite esminės informacijos apie skaičių sekas konspektą. Pasidalykite juo su bendraklasiais, konspektą aptarkite. Jei reikia, savo konspektą papildykite.

- 1 Perskaitykite teiginius ir pasakykite, ar jie teisingi, ar klaidingi. Atsakymus pagrįskite. Jei galima, klaidingus teiginius ištaisykite.

	TAIP	NE
A Skaičių sekos nariai yra tik natūralieji skaičiai.		
B Sakome, kad skaičių seka yra apibrėžta, jeigu žinomi pirmieji du jos nariai.		
C Sakome, kad skaičių seka yra apibrėžta, jeigu žinoma taisyklė, pagal kurią galima apskaičiuoti sekos narius.		
D Žinant sekos bendrojo nario formulę, galima rasti bet kurį sekos narį.		
E Visos skaičių sekos yra begalinės, t. y. turi be galo daug narių.		
F Kai kurios skaičių sekos gali būti reiškiamos ir bendrojo nario formule, ir rekurentine formule.		
G Galime rasti tik šimtą pirmųjų rekurentinės skaičių sekos narių.		
H Kiekviena skaičių seka yra funkcija.		
I Kiekviena funkcija, išreikšta formule, yra skaičių seka.		
J Kiekviena funkcija, apibrėžta realiųjų skaičių aibėje, yra skaičių seka.		
K Funkcijos – skaičių sekos – reikšmės gali būti bet kokie realieji skaičiai.		
L Kiekviena funkcija, apibrėžta natūraliųjų skaičių aibėje, yra skaičių seka.		
M Kiekvieną skaičių seką galima išreikšti formule.		
N Skaičių sekų reiškimo būdai yra tokie patys kaip ir funkcijų reiškimo būdai.		
O Skaičių sekos niekada negalima pavaizduoti grafiškai.		

- 2 Žalsvos spalvos kortelėse surašytos sekų formulės, o rausvos spalvos kortelėse – pirmieji sekų nariai. Priskirkite vienai žalsvos spalvos kortelei vieną rausvos spalvos kortelę.

A $a_n = 4n + 1$

D $d_n = n(n + 1)$

1 2, 6, 12, 20, 30, ...

4 2, 7, 12, 17, 22, ...

B $b_n = 2n + 3$

E $e_1 = 5$, $e_{n+1} = 2e_n - 1$

2 5, 9, 17, 33, 65, ...

5 2, 6, 10, 14, 18, ...

C $c_n = 5n - 3$

F $f_1 = 2$, $f_{n+1} = f_n + 4$

3 5, 9, 13, 17, 21, ...

6 5, 7, 9, 11, 13, ...